

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
«РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА  
по общеобразовательной учебной дисциплине  
для образовательных организаций (учреждений)  
среднего профессионального образования  
Луганской Народной Республики

Математика: алгебра и начала математического анализа;  
геометрия

Луганск  
2018

Утверждено

Министерством образования и науки Луганской Народной Республики  
(приказ № 701-од от 20.07.2018г.)

Составители:

Леявин А.В., преподаватель Государственного бюджетного образовательного учреждения среднего профессионального образования Луганской Народной Республики «Луганский колледж технологий торговых процессов и кулинарного мастерства»;

Хвастова С.И., методист, преподаватель Государственного образовательного учреждения среднего профессионального образования Луганской Народной Республики «Стахановский машиностроительный техникум»;

Суменкова Г. И., преподаватель ОСП Политехнический колледж ЛНАУ.

Общая редакция:

Щербакова Ю.А., методист отдела методики преподавания учебных дисциплин Государственного учреждения дополнительного профессионального образования Луганской Народной Республики «Республиканский центр развития образования».

Рецензенты:

Кривко Я.П., доцент кафедры фундаментальной математики Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», кандидат педагогических наук, доцент.

Захаров В.В., заместитель директора по учебной работе, преподаватель Колледжа Луганского национального университета имени Владимира Даля.

## Содержание

Пояснительная записка	4
Содержание общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия». Технический, естественнонаучный, социально-экономический профили профессионального образования. Профессии СПО	22
Содержание общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия». Технический, естественнонаучный, социально-экономический, гуманитарный профили профессионального образования. Специальности СПО	30
Тематическое планирование	38
Характеристика основных видов учебной деятельности обучающихся	41

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» предназначена для изучения математики в образовательных организациях (учреждениях), реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения основной профессиональной образовательной программы среднего профессионального образования (далее - ОПОП СПО) на базе основного общего образования, при подготовке квалифицированных рабочих, служащих, специалистов среднего звена.

Программа разработана в соответствии с пунктом 15 статьи 2, пунктом 1 статьи 10 Закона Луганской Народной Республики от 30.09.2016 № 128-П «Об образовании» (с изменениями), на основании Государственного образовательного стандарта среднего общего образования Луганской Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки Луганской Народной Республики от 21.05.2018 №495-ОД, зарегистрированного в Министерстве юстиций Луганской Народной Республики 13.06.2018 за №203/1847.

Содержание программы «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» направлено на достижение следующих целей:

обеспечение сформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;

обеспечение сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;

обеспечение сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач;

обеспечение сформированности представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

В программу включено содержание, направленное на формирование у обучающихся компетенций, необходимых для качественного освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования; программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих; программы подготовки специалистов среднего звена (далее - ППКРС, ППССЗ).

Программа учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» является основой для разработки рабочих

программ. В рабочих программах уточняется содержание учебного материала, последовательность его изучения; распределяются учебные часы; определяются тематика рефератов (докладов), индивидуальных проектов, виды самостоятельных работ с учетом специфики программ подготовки квалифицированных рабочих, служащих, специалистов среднего звена, осваиваемой профессии или специальности.

Программа может использоваться другими образовательными организациями (учреждениями), реализующими образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования (ППКРС, ППССЗ).

### **Общая характеристика общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»**

«Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» является фундаментальной общеобразовательной дисциплиной со сложившимся устойчивым содержанием и общими требованиями к подготовке обучающихся.

В профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования, изучение математики имеет свои особенности в зависимости от профиля профессионального образования.

При освоении профессий СПО и специальностей СПО естественнонаучного профиля профессионального образования, специальностей СПО гуманитарного профиля профессионального образования математика изучается на базовом уровне; при освоении профессий СПО и специальностей СПО технического и социально-экономического профилей профессионального образования математика изучается более углубленно, как профильная учебная дисциплина, учитывающая специфику осваиваемых профессий или специальностей.

Это выражается в содержании обучения, количестве часов, выделяемых на изучение отдельных тем программы, глубине их освоения обучающимися, объеме и характере практических занятий, видах внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся.

Общие цели изучения математики традиционно реализуются в четырех направлениях:

1. общее представление об идеях и методах математики;
2. интеллектуальное развитие;
3. овладение необходимыми конкретными знаниями и умениями;
4. воспитательное воздействие.

Профилизация целей математического образования отражается на выборе приоритетов в организации учебной деятельности обучающихся. Для технического, социально-экономического профилей профессионального образования выбор целей смещается в прагматическом направлении, предусматривающем усиление и расширение прикладного характера изучения математики, преимущественной ориентации на алгоритмический стиль познавательной деятельности. Для гуманитарного и естественнонаучного профилей профессионального образования более характерным является усиление общекультурной составляющей учебной дисциплины с ориентацией на визуально-образный и логический стили учебной работы.

Изучение математики как профильной общеобразовательной учебной дисциплины, учитывающей специфику осваиваемых обучающимися профессий СПО или специальности СПО, обеспечивается:

- выбором различных подходов к введению основных понятий;
- формированием системы учебных заданий, обеспечивающих эффективное осуществление выбранных целевых установок;
- обогащением спектра стилей учебной деятельности за счет согласования с ведущими деятельностными характеристиками выбранной профессии / специальности.

Профильная составляющая отражается в требованиях к подготовке обучающихся в части:

- общей системы знаний: содержательные примеры использования математических идей и методов в профессиональной деятельности;
- умений: различие в уровне требований к сложности применяемых алгоритмов;
- практического использования приобретенных знаний и умений: индивидуального учебного опыта в построении математических моделей, выполнении исследовательских проектов.

Таким образом, реализация содержания учебной дисциплины ориентирует на приоритетную роль процессуальных характеристик учебной работы, зависящих от профиля профессионального образования, получения

опыта использования математики в содержательных и профессионально значимых ситуациях по сравнению с формально-уровневыми результативными характеристиками обучения.

Содержание учебной дисциплины разработано в соответствии с основными содержательными линиями обучения математике:

алгебраическая линия, включающая систематизацию сведений о числах; изучение новых и обобщение ранее изученных операций (возведение в степень, извлечение корня, логарифмирование, синус, косинус, тангенс, котангенс и обратные к ним); изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и прикладных задач;

теоретико-функциональная линия, включающая систематизацию и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;

линия уравнений и неравенств, основанная на построении и исследовании математических моделей, пересекающаяся с алгебраической и теоретико-функциональной линиями и включающая развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований для решения уравнений, неравенств и систем; формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных и специальных дисциплин;

геометрическая линия, включающая наглядные представления о пространственных фигурах и изучение их свойств, формирование и развитие пространственного воображения, развитие способов геометрических измерений, координатного и векторного методов для решения математических и прикладных задач;

стохастическая линия, основанная на развитии комбинаторных умений, представлений о вероятностно-статистических закономерностях окружающего мира.

Разделы (темы), включенные в содержание учебной дисциплины, являются общими для всех профилей профессионального образования и при всех объемах учебного времени независимо от того, является ли учебная

дисциплина «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» базовой или профильной.

В примерных тематических планах программы учебный материал представлен в форме чередующегося развертывания основных содержательных линий (алгебраической, теоретико-функциональной, уравнений и неравенств, геометрической, стохастической), что позволяет гибко использовать их расположение и взаимосвязь, составлять рабочий календарный план, по-разному чередуя учебные темы (главы учебника), учитывая профиль профессионального образования, специфику осваиваемой профессии СПО или специальности СПО, глубину изучения материала, уровень подготовки обучающихся по дисциплине.

Предлагаемые в примерных тематических планах разные объемы учебного времени на изучение одной и той же темы рекомендуется использовать для выполнения различных учебных заданий. Тем самым различия в требованиях к результатам обучения проявятся в уровне навыков по решению задач и опыте самостоятельной работы.

Изучение общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» завершается подведением итогов в форме экзамена в рамках государственной итоговой аттестации обучающихся в процессе освоения основной ОПОП СПО с получением среднего общего образования (ППКРС, ППССЗ).

В разделе программы «Содержание учебной дисциплины» курсивом выделен материал, который при изучении математики как базовой, так и профильной учебной дисциплины, контролю не подлежит.

### **Место общеобразовательной учебной дисциплины в учебном плане**

В профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования, учебная дисциплина «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» изучается в общеобразовательном цикле учебного плана ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (ППКРС, ППССЗ).

В учебных планах ППКРС, ППССЗ учебная дисциплина «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» входит в состав общих общеобразовательных учебных дисциплин.



## Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины

### Личностные результаты

- креативность, готовность и способность к личностному самоопределению;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
- готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

— готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

— экологическая культура, бережное отношение к родной земле, природным богатствам; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

— осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

— готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных проблем;

— потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

— готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

## **Метапредметные результаты**

### *Регулятивные универсальные учебные действия*

Обучающийся научится:

— самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

— оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;

— ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

— оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

— выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

### *Познавательные универсальные учебные действия*

Обучающийся научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### *Коммуникативные универсальные учебные действия*

Обучающийся научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так

и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

- образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

### **Предметные результаты**

В результате изучения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» на уровне среднего общего образования:

#### **Элементы теории множеств и математической логики**

##### **Обучающийся научится:**

- оперировать на базовом уровне понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;

- оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;

- находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;

- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;

- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.

- В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;

- проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

**Числа и выражения****Обучающийся научится:**

- оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа,
- тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;
- выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;
- сравнивать рациональные числа между собой;
- оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
- изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;
- изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;

- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа  $e$  и  $\pi$ ;
- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

## Уравнения и неравенства

### Обучающийся научится:

- решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические уравнения вида  $\log_a(kx + c) = d$  и простейшие неравенства вида  $\log_a x < d$ ;
- решать показательные уравнения, вида  $a^{kx+c} = d$  (где  $d$  можно представить в виде степени с основанием  $a$ ) и простейшие неравенства вида  $a^x < d$  (где  $d$  можно представить в виде степени с основанием  $a$ );
- приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида:  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ , где  $a$  - табличное значение соответствующей тригонометрической функции.

### Обучающийся получит возможность научиться:

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.

## Функции

### Обучающийся научится:

- оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;

— оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

— распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;

— соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;

— находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;

— определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);

— строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).

### **Обучающийся получит возможность научиться:**

— оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;

— оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

— определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

— строить графики изученных функций;

— описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

— строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в



заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

— решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

### **Начала математического анализа**

#### **Обучающийся научится:**

— оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

— определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;

— решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции - с другой.

#### **Обучающийся получит возможность научиться:**

— оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

— вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;

— вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;

— исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

### **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика**

#### **Обучающийся научится:**

— оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;

— оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;

— вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

**Текстовые задачи****Обучающийся научится:**

- решать несложные текстовые задачи разных типов;
- анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;
- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;
- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и

на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;

- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;

- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.

### **Обучающийся получит возможность научиться:**

- решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;

- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;

- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

## **ГЕОМЕТРИЯ**

### **Обучающийся научится:**

- оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);

- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;

- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

- извлекать информацию о пространственных геометрических

фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;
- распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);
- находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.

**Векторы и координаты в пространстве**

**Обучающийся научится:**

- оперировать на базовом уровне понятиями декартовы координаты в

пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;

— находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса.

### **История математики**

**Обучающийся научится:**

— описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;

— знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей.

### **Методы математики**

**Обучающийся научится:**

— применять известные методы при решении стандартных математических задач;

— замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;

— приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

— использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ ТЕХНИЧЕСКИЙ, ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ, СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ. ПРОФЕССИИ СПО

### Введение

Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.

### АЛГЕБРА

#### Развитие понятия о числе

Целые и рациональные числа. Действительные числа. *Приближенные вычисления. Комплексные числа.*

#### Корни, степени и логарифмы

**Корни и степени.** Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.

**Логарифм. Логарифм числа.** Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.

**Преобразование алгебраических выражений.** Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.

#### *Практические занятия:*

Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами.

Решение иррациональных уравнений. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени. Решение показательных уравнений.

Решение прикладных задач.

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений.

Приближенные вычисления и решение прикладных задач.

Решение логарифмических уравнений.

## **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

### **Основные понятия**

Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

### **Основные тригонометрические тождества**

Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. *Формулы половинного угла.*

### **Преобразования простейших тригонометрических выражений**

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.*

### **Тригонометрические уравнения и неравенства**

Простейшие тригонометрические уравнения. *Простейшие тригонометрические неравенства.*

**Обратные тригонометрические функции.** Арксинус, арккосинус, арктангенс.

*Практические занятия:*

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.



## Функции, их свойства и графики

**Функции.** Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

**Свойства функции.** Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). *Понятие о непрерывности функции.*

**Обратные функции.** *Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.*

## Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции

Определения функций, их свойства и графики.

Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

*Практические занятия:*

Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи.

Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства.

## НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**Последовательности.** Способы задания и свойства числовых последовательностей. *Понятие о пределе последовательности. Существование*

*предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.*

**Производная.** Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции функции.*

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

**Первообразная и интеграл.** Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

*Практические занятия:*

Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Производная: механический и геометрический смысл производной.

Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Исследование функции с помощью производной. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.

## Уравнения и неравенства

**Уравнения и системы уравнений.** Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы.

Равносильность уравнений, неравенств, систем.

Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

**Неравенства.** Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства. Основные приемы их решения.

**Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.** Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

*Прикладные задачи:*

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

*Практические занятия:*

Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.

Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

## **Комбинаторика, статистика и теория вероятностей**

### **Элементы комбинаторики**

Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

### **Элементы теории вероятностей**

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. *Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.*

### **Элементы математической статистики**

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), *генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.*

*Решение практических задач с применением вероятностных методов.*

*Практические занятия:*

История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Прикладные задачи.

Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных. Прикладные задачи.

## **ГЕОМЕТРИЯ**

### **Прямые и плоскости в пространстве**

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Параллельное проектирование. *Площадь ортогональной проекции.* Изображение пространственных фигур.

### **Многогранники**

Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма. Прямая и *наклонная* призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Сечения куба, призмы и пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

### **Тела и поверхности вращения**

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

### **Измерения в геометрии**

Объем и его измерение. Интегральная формула объема.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

### **Координаты и векторы**

Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

#### *Практические занятия:*

Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.

Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.

Параллельное проектирование и его свойства. *Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.* Взаимное расположение пространственных фигур.

Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Площадь поверхности. Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников. Вычисление площадей и объемов.

Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве.

Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками. Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.

Для внеаудиторных занятий студентам наряду с решением задач и выполнения практических заданий можно предложить темы исследовательских и реферативных работ, в которых вместо серий отдельных мелких задач и упражнений предлагаются сюжетные задания, требующие длительной работы в рамках одной математической ситуации. Эти темы могут быть как индивидуальными заданиями, так и групповыми для совместного выполнения исследования.

### **Примерные темы рефератов (докладов), исследовательских проектов**

- Непрерывные дроби.
- Применение сложных процентов в экономических расчетах.
- Параллельное проектирование.
- Средние значения и их применение в статистике.
- Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве.
- Сложение гармонических колебаний.
- Графическое решение уравнений и неравенств.
- Правильные и полуправильные многогранники.
- Конические сечения и их применение в технике.
- Понятие дифференциала и его приложения.
- Схемы повторных испытаний Бернулли.
- Исследование уравнений и неравенств с параметром.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ». ТЕХНИЧЕСКИЙ, ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ, СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ, ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ. СПЕЦИАЛЬНОСТИ СПО

## Введение

Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.

## АЛГЕБРА

### Развитие понятия о числе

Целые и рациональные числа. Действительные числа. *Приближенные вычисления. Комплексные числа.*

### Корни, степени и логарифмы

**Корни и степени.** Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.

**Логарифм. Логарифм числа.** Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.

**Преобразование алгебраических выражений.** Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.

#### *Практические занятия:*

Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами.

Решение иррациональных уравнений. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени. Решение показательных уравнений.

Решение прикладных задач.

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений.

Приближенные вычисления и решение прикладных задач.

Решение логарифмических уравнений.

## ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

### Основные понятия

Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

### Основные тригонометрические тождества

Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. *Формулы половинного угла.*

### Преобразования простейших тригонометрических выражений

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.*

### Тригонометрические уравнения и неравенства

Простейшие тригонометрические уравнения. *Простейшие тригонометрические неравенства.*

**Обратные тригонометрические функции.** Арксинус, арккосинус, арктангенс.

*Практические занятия:*

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.



## Функции, их свойства и графики

**Функции.** Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

**Свойства функции.** Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). *Понятие о непрерывности функции.*

**Обратные функции.** *Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.*

### Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции

Определения функций, их свойства и графики.

Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

*Практические занятия:*

Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи.

Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства.

## НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**Последовательности.** Способы задания и свойства числовых последовательностей. *Понятие о пределе последовательности. Существование*

*предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей.* Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

**Производная.** Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции функции.*

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

**Первообразная и интеграл.** Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

*Практические занятия:*

Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Производная: механический и геометрический смысл производной.

Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Исследование функции с помощью производной. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.

## Уравнения и неравенства

**Уравнения и системы уравнений.** Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы.

Равносильность уравнений, неравенств, систем.

Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

**Неравенства.** Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства. Основные приемы их решения.

**Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.** Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

*Прикладные задачи:*

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

*Практические занятия:*

Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.

Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

## **КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### **Элементы комбинаторики**

Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

### **Элементы теории вероятностей**

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. *Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.*

### **Элементы математической статистики**

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), *генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.*

*Решение практических задач с применением вероятностных методов.*

*Практические занятия:*

История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Прикладные задачи.

Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных. Прикладные задачи.

## **ГЕОМЕТРИЯ**

### **Прямые и плоскости в пространстве**

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Параллельное проектирование. *Площадь ортогональной проекции.* Изображение пространственных фигур.

### **Многогранники**

Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма. Прямая и *наклонная* призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Сечения куба, призмы и пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

### **Тела и поверхности вращения**

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

### **Измерения в геометрии**

Объем и его измерение. Интегральная формула объема.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

### **Координаты и векторы**

Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

*Практические занятия:*

Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.

Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.

Параллельное проектирование и его свойства. *Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.* Взаимное расположение пространственных фигур.

Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Площадь поверхности. Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников. Вычисление площадей и объемов.

Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве.

Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками. Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.

Для внеаудиторных занятий студентам наряду с решением задач и выполнения практических заданий можно предложить темы исследовательских и реферативных работ, в которых вместо серий отдельных мелких задач и упражнений предлагаются сюжетные задания, требующие длительной работы в рамках одной математической ситуации. Эти темы могут быть как индивидуальными заданиями, так и групповыми для совместного выполнения исследования.

### **Примерные темы рефератов (докладов), исследовательских проектов**

- Непрерывные дроби.
- Применение сложных процентов в экономических расчетах.
- Параллельное проектирование.
- Средние значения и их применение в статистике.
- Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве.
- Сложение гармонических колебаний.
- Графическое решение уравнений и неравенств.
- Правильные и полуправильные многогранники.
- Конические сечения и их применение в технике.
- Понятие дифференциала и его приложения.
- Схемы повторных испытаний Бернулли.
- Исследование уравнений и неравенств с параметром.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### Технический, социально-экономический профили профессионального образования

При реализации содержания общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (ППКРС, ППССЗ) максимальная учебная нагрузка обучающихся составляет:

— по профессиям СПО технического и социально-экономического профилей — 427 часов, из них аудиторная (обязательная) нагрузка обучающихся, включая практические занятия, — 285 часов; внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся — 142 часа;

— по специальностям СПО технического и социально-экономического профилей — 351 час. Из них аудиторная (обязательная) нагрузка обучающихся, включая практические занятия, — 234 часа; внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся — 117 часов.

Содержание обучения	Количество часов	
	Профили профессионального образования	
	технический, социально-экономический	
	Профессии СПО	Специальности СПО
Аудиторные занятия	285	234
Введение	4	2
Развитие понятия о числе	12	10
Корни, степени и логарифмы	30	28
Прямые и плоскости в пространстве	24	20
Комбинаторика	16	12
Координаты и векторы	22	16
Основы тригонометрии	35	31
Функции и графики	24	18
Многогранники и круглые тела	30	26
Начала математического анализа	30	24
Интеграл и его применение	18	15
Элементы теории вероятностей и математической статистики	16	12
Уравнения и неравенства	24	20

Внеаудиторная самостоятельная работа		
Подготовка выступлений по заданным темам, докладов, рефератов, эссе, индивидуального проекта с использованием информационных технологий и др.	142	117
Промежуточная аттестация в форме экзамена		
Всего	427	351

### **Естественнонаучный, гуманитарный профили профессионального образования**

При реализации содержания общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (ППКРС, ППССЗ) максимальная учебная нагрузка обучающихся составляет:

— по профессиям СПО естественнонаучного профиля профессионального образования — 342 часа, из них аудиторная (обязательная) нагрузка обучающихся, включая практические занятия, — 228 часов; внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся — 114 часов;

— по специальностям СПО естественнонаучного и гуманитарного профилей — 234 часа, из них аудиторная (обязательная) нагрузка обучающихся, включая практические занятия, — 156 часов; внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся — 78 часов.

Содержание обучения	Количество часов	
	Профили профессионального образования	
	естественно-научный	естественно-научный, гуманитарный
	Профессии СПО	Специальности СПО
Аудиторные занятия	228	156
Введение	2	2
Развитие понятия о числе	10	8
Корни, степени и логарифмы	24	20
Прямые и плоскости в пространстве	20	14
Комбинаторика	12	10



Координаты и векторы	16	10
Основы тригонометрии	25	16
Функции и графики	25	14
Многогранники и круглые тела	25	14
Начала математического анализа	27	16
Интеграл и его применение	12	8
Элементы теории вероятностей и математической статистики	12	10
Уравнения и неравенства	18	14
Внеаудиторная самостоятельная работа		
Подготовка выступлений по заданным темам, докладов, рефератов, эссе, индивидуального проекта с использованием информационных технологий и др.	114	78
Промежуточная аттестация в форме экзамена		
Всего	342	234

## ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ВИДОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЩАЮЩИХСЯ

Содержание обучения	Характеристика основных видов деятельности обучающихся (на уровне учебных действий)
Введение	<p>Ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.</p>
<b>АЛГЕБРА</b>	
Развитие понятия о числе	<p>Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений. Нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы).</p>
Корни, степени, логарифмы	<p>Ознакомление с понятием корня <math>n</math>-й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня <math>n</math>-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных</p>

	<p>выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений.</p> <p>Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.</p>
Преобразование алгебраических выражений	<p>Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов.</p> <p>Определение области допустимых значений логарифмического выражения. Решение логарифмических уравнений.</p>
<b>ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ</b>	
Основные понятия	<p>Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением.</p> <p>Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи.</p>
Основные тригонометрические тождества	<p>Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.</p>
Преобразования простейших тригонометрических выражений	<p>Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.</p> <p>Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.</p>
Простейшие тригонометрические уравнения и <i>неравенства</i>	<p>Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.</p> <p>Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.</p> <p>Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.</p>
Арксинус, арккосинус, арктангенс числа	<p>Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций.</p> <p>Изучение определений арксинуса, арккосинуса,</p>

	арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений.
<b>ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ</b>	
Функции. Понятие о непрерывности функции	<p>Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными.</p> <p>Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции.</p> <p>Определение по формуле простейшей зависимости, вида ее графика. Выражение по формуле одной переменной через другие.</p> <p>Ознакомление с определением функции, формулирование его. Нахождение области определения и области значений функции.</p>
Свойства функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях	<p>Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин.</p> <p>Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.</p> <p>Построение и чтение графиков функций.</p> <p>Исследование функции.</p> <p>Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.</p> <p>Выполнение преобразований графика функции.</p>
Обратные функции	<p>Изучение <i>понятия обратной функции</i>, определение вида и <i>построение графика обратной функции</i>, <i>нахождение ее области определения и области значений</i>. Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум. Ознакомление с понятием сложной функции.</p>
Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции	<p>Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот.</p> <p>Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов.</p> <p>Построение графиков степенных и логарифмических функций.</p> <p>Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным</p>

	<p>алгоритмам.</p> <p>Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания.</p> <p>Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков.</p> <p>Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических уравнений.</p> <p><i>Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств.</i></p> <p>Выполнение преобразования графиков.</p>
<b>НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА</b>	
Последовательности	<p>Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов.</p> <p><i>Ознакомление с понятием предела последовательности.</i> Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.</p> <p>Составление уравнения касательной в общем виде.</p> <p>Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления уравнения касательной.</p> <p>Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их.</p> <p>Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.</p> <p>Установление связи свойств функции и производной по их графикам.</p> <p>Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума.</p>
Первообразная и	Ознакомление с понятием интеграла и первообразной.

интеграл	<p>Изучение правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона—Лейбница.</p> <p>Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.</p> <p>Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.</p>
<b>УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА</b>	
<p>Уравнения и системы уравнений.</p> <p>Неравенства и системы неравенств с двумя переменными</p>	<p>Ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений.</p> <p>Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению.</p> <p>Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем.</p> <p>Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем.</p> <p>Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).</p> <p>Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.</p> <p>Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.</p>
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ</b>	
Основные понятия комбинаторики	<p>Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.</p> <p>Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.</p> <p>Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и</p>

	<p>применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.</p>
Элементы теории вероятностей	<p>Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.</p>
Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)	<p>Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками. Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.</p>
<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>	
Прямые и плоскости в пространстве	<p>Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений. Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов.</p> <p>Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях.</p> <p>Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач.</p> <p>Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.</p> <p>Решение задач на вычисление геометрических величин. Описывание расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве. Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойства).</p> <p>Изображение на чертежах и моделях расстояния и</p>

	<p>обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в пространстве. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач.</p> <p>Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами.</p> <p><i>Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.</i></p> <p>Применение теории для обоснования построений и вычислений. Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур.</p>
Многогранники	<p>Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.</p> <p>Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.</p> <p>Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.</p> <p>Характеристика и изображение сечения, <i>развертки многогранников</i>, вычисление площадей поверхностей.</p> <p>Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.</p> <p>Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач. Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.</p> <p>Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач.</p>
Тела и поверхности вращения	<p>Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств.</p> <p>Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере.</p> <p>Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения.</p> <p>Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач.</p>



	<p>Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел. Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи.</p>
Измерения в геометрии	<p>Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами.</p> <p>Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.</p> <p>Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел.</p>
Координаты и векторы	<p>Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек. Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.</p> <p>Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами.</p> <p>Применение теории при решении задач на действия с векторами. Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний. Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов.</p>